

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

INF - 62/13

B. Borgia - A. Rambaldi: PROGRAMMA DI CALCOLO DELLE TRAIETTORIE DI UN MAGNETE ANALIZZATORE A DUE SEZIONI PER CALCOLATORE IBM 650.

Nota interna: n° 118
17 Febbraio 1962

LNF-62/13

Nota interna: n° 118
17 Febbraio 1962

B. Borgia - A. Rambaldi: PROGRAMMA DI CALCOLO DELLE TRAIETTORIE DI UN MAGNETE ANALIZZATORE A DUE SEZIONI PER CALCOLATORE IBM 650.

E' stato compilato in linguaggio interpretativo Bell un programma per calcolare le traiettorie sul piano mediano di un magnete analizzatore strong focusing con indici alterni (v. schema a blocchi).

Il sistema di coordinate connesso col magnete e le notazioni sono quelle usate da Sona^(x), tranne quando specificato diversamente (v. fig.).

Il magnete è descritto dai seguenti parametri: indici di campo n_1 (prima sezione) ed n_2 (seconda sezione), raggio di curvatura della traiettoria principale ρ_0 , angolo di deflessione totale ϕ , distanza sorgente-ingresso del magnete d_1 , distanza uscita del magnete-immagine d_2 , semidimen-

(x) - P.G. Sona: Ottica degli analizzatori magnetici nella approssimazione di Gauss - Laboratori Nazionali Frascati - NI n° 3.

sioni della zona utile di campo magnetico $|x_{M1}|$ (prima sezione) e $|x_{M2}|$ (seconda sezione).

Il calcolo è valido nella approssimazione di Gauss e per un campo magnetico trattabile al primo ordine secondo il metodo delle matrici ^(x), a gradiente costante, raggio di curvatura costante e con ingresso ed uscita della traiettoria principale normale ai bordi dei poli. Si suppone inoltre, che la prima sezione sia ad indice positivo e la seconda ad indice negativo, che le due sezioni abbiano la stessa apertura angolare $\varphi/2$, e non vi sia zona di campo nullo tra le due sezioni.

Tutti i parametri del magnete indicati sopra sono completamente arbitrari nel calcolo.

Le condizioni iniziali delle traiettorie sono date da \bar{x} , x' , $\Delta p/p_0$ (coordinate della traiettoria alla sorgente), e queste sono introdotte come dati del programma insieme ai parametri che descrivono il magnete. Si possono assegnare fino a 20×3 condizioni iniziali diverse.

Il programma calcola le coordinate $x_i(s)$ per quattordici valori della coordinata curvilinea s , tredici nel magnete e l'ultima nell'immagine (piani A_0, A_1, \dots, A_{12} e A_{13}) (v. fig.). Inoltre calcola la lunghezza totale della traiettoria L , il tempo T impiegato a percorrerla da una particella di momento p e di velocità v , e l'angolo di emergenza x'_j della traiettoria all'uscita del magnete.

Alla fine del calcolo vengono perforati il minimo ed il massimo dei valori di T precedentemente calcolati per tutte le traiettorie (T_m e T_M). Tali valori sono pre-

(x) - P.G. Sona: Ottica degli analizzatori magnetici nella approssimazione di Gauss - Laboratori Nazionali Frascati - NI n° 3.

ceduti da un numero N che indica la traiettoria a cui si riferiscono, assegnando una numerazione progressiva a tutte le traiettorie perforate.

Le traiettorie che escono dalla zona utile di campo vengono automaticamente scartate.

All'inizio vengono perforati e stampati gli elementi di matrice $\| H_{hk}^i \|$ che si riferiscono alla zona compresa tra i piani A_1 ed il piano S.

Le locazioni di memoria per i dati del calcolo (inputs) sono:

$ 1-n_1 $	260
$\sqrt{ 1-n_1 }$	261
d_1	262
n_1	263
ϕ	264
ξ_0	265
d_2	267
v_0	268
$1-n_2$	269
$\sqrt{1-n_2}$	270
$ x_{M1} $	274
$ x_{M2} $	275
$ \bar{x} $	da 700 a 719
$ \bar{x}' $	da 720 a 739
$ \Delta p/p_0 $	da 740 a 759

I risultati del calcolo sono così disposti sul foglio di stampa:

100	6	H_{11}^1	H_{12}^1	H_{13}^1	H_{21}^1	H_{22}^1	H_{23}^1
110	6	H_{11}^2	H_{12}^2	H_{13}^2	H_{21}^2	H_{22}^2	H_{23}^2
...	...						
220	6	H_{11}^{13}	H_{12}^{13}	H_{13}^{13}	H_{21}^{13}	H_{22}^{13}	H_{23}^{13}
50	3	$ \bar{x} $	$ \bar{x}' $	$ \Delta P/P_0 $			
900	6	C(+ -)	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
906	6	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{16}
912	6	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x'_{13}	L	T
...	...						
...	...						
621	4	N	T_M	N	T_m		

Nella prima colonna vi sono gli indirizzi delle memorie che vengono perforate e stampate, nella seconda colonna vi è il numero di parole contenute nella scheda che ha come prima locazione di memoria il numero della prima colonna.

Il simbolo C(+ -) indica che il numero collocato in tale posizione caratterizza una delle 4 combinazioni possibili dei segni delle condizioni iniziali e precisamente

al numero	000000	corrisponde la scelta	+ + +
	100000		+ + -
	200000		+ - -
	300000		+ - +

Il segno di \bar{x} rimane sempre positivo perchè si possono ottenere le traiettorie relative a valori negativi di \bar{x} invertendo tutti i segni delle condizioni iniziali e delle

ascisse x_i , nonchè di x'_{13} .

Le formule impiegate nel calcolo sono quelle ricavate da Sona, come già precisato, e sono le seguenti nel nostro caso.

Per le zone di campo in cui viene suddiviso il magnete (6 nella sezione con $n_1 > 0$ e 6 nella sezione con $n_2 < 0$) si ha:

per n_1 (sempre > 1)

$$H_{11}^{A_i A_0} = \cos h \alpha_i$$

$$H_{21}^{A_i A_0} = \frac{\sqrt{n_1 - 1}}{S_0} \operatorname{senh} \alpha_i$$

$$H_{12}^{A_i A_0} = \frac{S_0}{\sqrt{n_1 - 1}} \operatorname{sen} \alpha_i$$

$$H_{22}^{A_i A_0} = H_{11}^{A_i A_0}$$

$$H_{13}^{A_i A_0} = \frac{S_0}{n_1 - 1} (1 - \cos h \alpha_i)$$

$$H_{23}^{A_i A_0} = - \frac{\operatorname{sen} h \alpha_i}{\sqrt{n_1 - 1}}$$

dove $\alpha_i = i \sqrt{n_1 - 1} \bar{\phi}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$)

$$\bar{\phi} = \phi / 12$$

per n_2 (sempre < 0)

$$H_{11}^{A_j A_6} = \cos \alpha_j$$

$$H_{21}^{A_j A_6} = - \frac{\sqrt{1 - n_2}}{S_0} \operatorname{sen} \alpha_j$$

$$H_{12}^{A_j A_6} = \frac{S_0}{\sqrt{1 - n_2}} \operatorname{sen} \alpha_j$$

$$H_{22}^{A_j A_6} = H_{11}^{A_j A_6}$$

$$H_{13}^{A_j A_6} = \frac{S_0}{1 - n_2} (\cos \alpha_j - 1)$$

$$H_{23}^{A_j A_6} = - \frac{\operatorname{sen} \alpha_j}{\sqrt{1 - n_2}}$$

dove $\alpha_j = (j - 6) \sqrt{1 - n_2} \bar{\phi}$ ($j = 7, 8, \dots, 12$)

Per avere le matrici caratteristiche relative alla zona compresa tra i piani A_i e il piano S si usa la formu-

la seguente:

$$H_{hk}^{A_i S} = \sum_e H_{he}^{A_i A_j} H_{ek}^{A_j S} \quad (\text{dove } i = 1, 2 \dots 6)$$

dove la matrice $\|H^{A_1 S}\|$ ha la forma

$$\|H^{A_1 S}\| = \begin{vmatrix} 1 & d_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Per avere invece le matrici tra i piani A_j e il piano S si usa:

$$H_{hk}^{A_j S} = \sum_e H_{he}^{A_j A_6} H_{ek}^{A_6 S} \quad (\text{dove } j = 7, 8 \dots 12)$$

dove la matrice $\|H^{A_6 S}\|$ è la $\|H^{A_i S}\|$ per $i = 6$.

La matrice totale tra il piano immagine I e il piano oggetto S si ha dalla:

$$H_{hk}^{IS} = \sum_e H_{he}^{IA_{12}} H_{ek}^{A_{12}S} \quad \text{con } H^{IA_{12}} = \begin{vmatrix} 1 & d_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Le matrici H^0 , H^i , H^j e H^{IS} saranno nel seguito indicate col simbolo H^i dove i va ora da 0 a 13.

Le coordinate x_i nei piani A_i sono calcolate dalle formule seguenti:

$$\begin{aligned} x_i &= H_{11}^i \bar{x} + H_{12}^i \bar{x}' + H_{13}^i \Delta P/P_0 \quad \text{con } C(+ -) = 0 \\ x_i &= H_{11}^i \bar{x} + H_{12}^i \bar{x}' - H_{13}^i \Delta P/P_0 \quad \text{" } C(+ -) = 1 \\ x_i &= H_{11}^i \bar{x} - H_{12}^i \bar{x}' - H_{13}^i \Delta P/P_0 \quad \text{" } C(+ -) = 2 \\ x_i &= H_{11}^i \bar{x} - H_{12}^i \bar{x}' + H_{13}^i \Delta P/P_0 \quad \text{" } C(+ -) = 3 \end{aligned}$$

Gli angoli nei piani A_i sono dati da

$$\begin{aligned} x'_i &= H_{21}^i \bar{x} + H_{22}^i \bar{x}' + H_{23}^i \Delta P/P \quad C(+ -) = 0 \\ x'_i &= H_{21}^i \bar{x} + H_{22}^i \bar{x}' - H_{23}^i \Delta P/P \quad 1 \\ x'_i &= H_{21}^i \bar{x} - H_{22}^i \bar{x}' - H_{23}^i \Delta P/P \quad 2 \\ x'_i &= H_{21}^i \bar{x} - H_{22}^i \bar{x}' + H_{23}^i \Delta P/P \quad 3 \end{aligned}$$

L'angolo di emergenza è dato da $x'_{13} = x'_{12}$

La lunghezza della traiettoria è data da

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=0}^{13} l_i && \text{dove:} \\ l_0 &= \overline{A_0 S} = d_1 \sqrt{1 + (x'_1)^2} \\ l_i &= \overline{A_i A_{i-1}} = s \sqrt{1 + (x'_{i-1})^2} && (i = 1, 2, \dots, 12) \\ l_{13} &= \overline{A_{12} A_{13}} = d_2 \sqrt{1 + (x'_{13})^2} \\ s &= \frac{\rho_0 \phi}{12} \end{aligned}$$

La formula con cui è calcolata la lunghezza della traiettoria è valida se è verificata l'approssimazione di Gauss e se $\phi/12 \ll 1$.

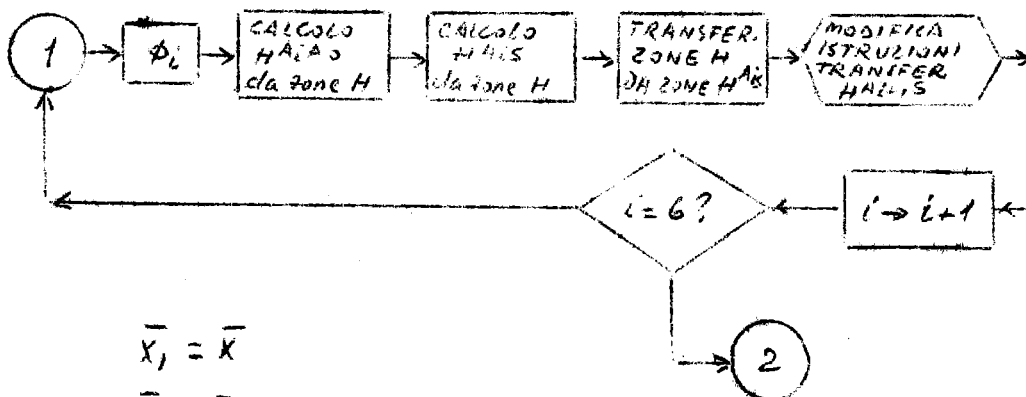
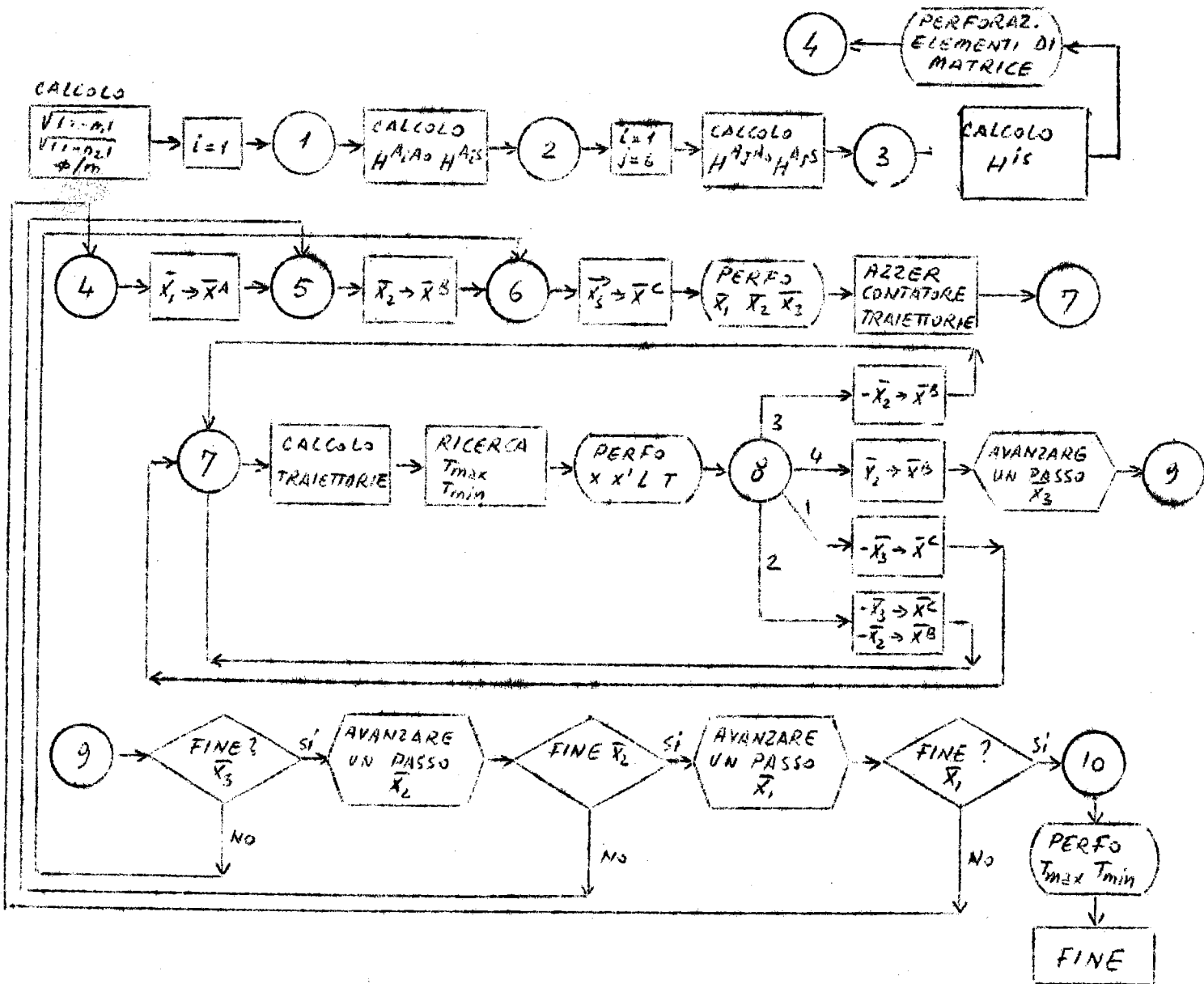
Il tempo che una particella di velocità v e momento p impiega a percorrere la traiettoria di lunghezza L è

$$T = L/v$$

dove $v = v_0 (1 \pm \Delta p/p_0)$ con $v_0 =$ velocità della particella di momento centrale p_0 .

Tale formula è valida in prima approssimazione, se sono verificate le seguenti condizioni

$$\epsilon \ll 1, \quad \epsilon/\beta_0^2 \ll 1/2.$$

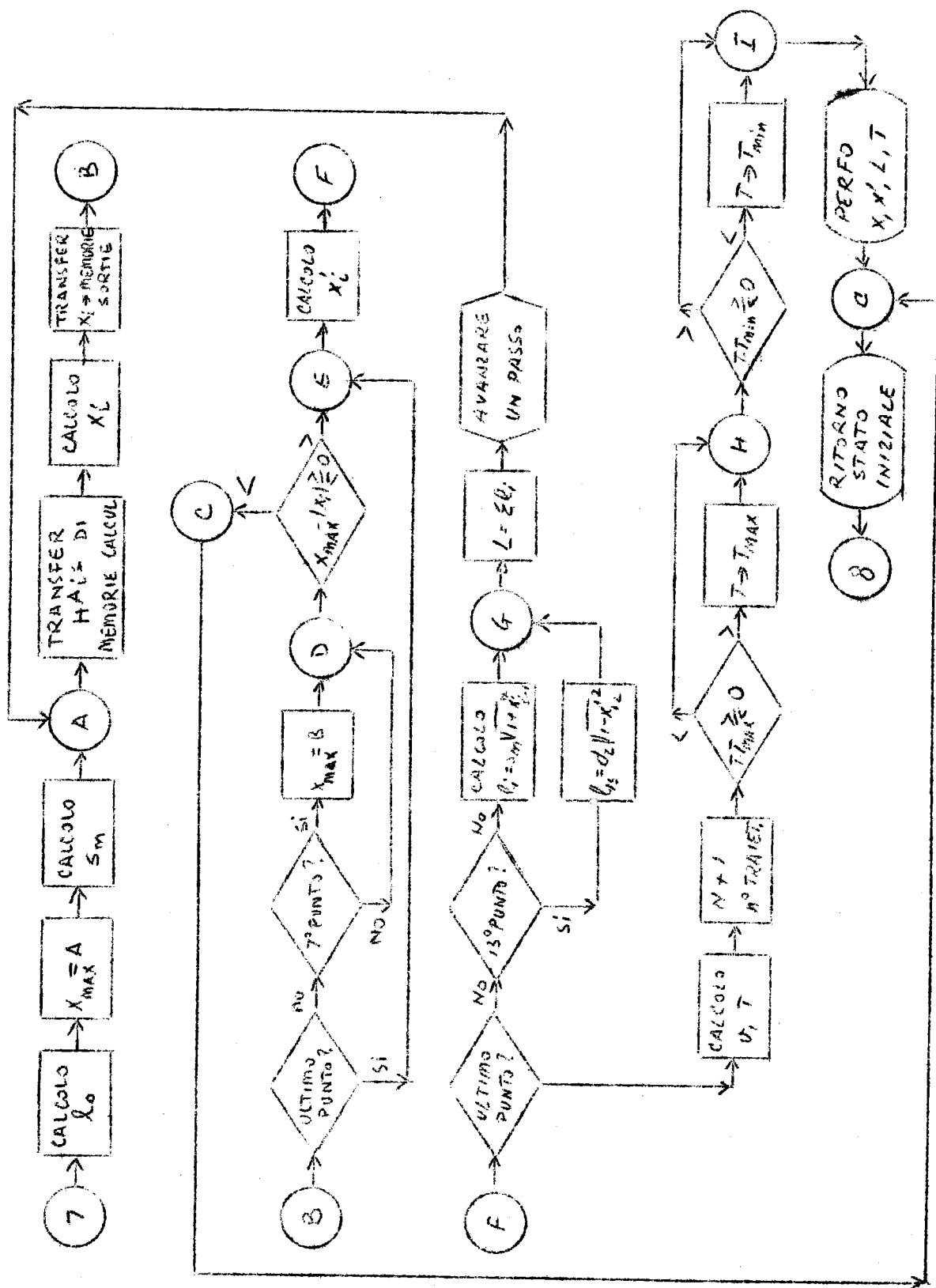


$$\bar{x}_1 = \bar{x}$$

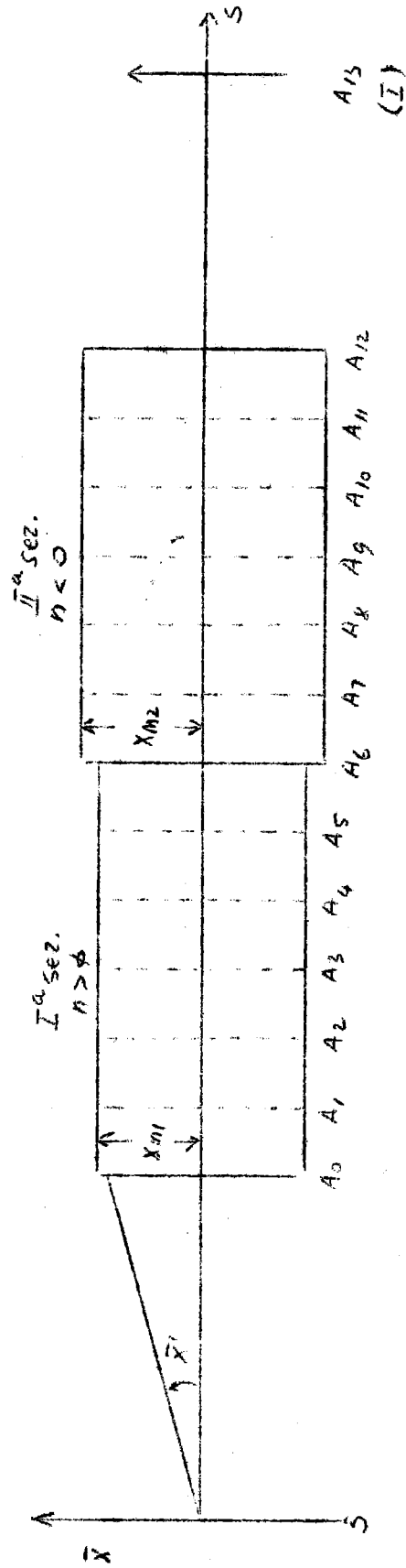
$$\bar{x}_2 = \bar{x}'$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\Delta p}{p_0}$$

DIAGRAMMA A BLOCCHI



PARTICOLARE DEL DIAGRAMMA A BLOCCHI



COORDINATE DEL MAGNETE PER IL CALCOLO DELLE
 TRAIETTORIE SUL PIANO MEDIANO (magnete rettificato)